

Abstract

We study the flow of a single-phase fluid in a fractured porous medium at a macroscopic scale that allows to model fractures individually. The flow is governed by Darcy's law in both fractures and porous matrix. First, for Darcy flow with possibly discontinuous permeability, wellposedness is shown and a regularity result is derived by establishing equivalence between different weak formulations. Then, for an isolated fracture, we follow a domain decomposition approach into bulk and fracture subdomains and show the equivalence of the domain-decomposed flow problem to the corresponding single-domain problem on the overall domain. Proceeding from the domain-decomposed flow problem, we derive a new mixed-dimensional interface model, where fractures are represented by $(n - 1)$ -dimensional interfaces between n -dimensional subdomains for $n \geq 2$. In particular, we suggest a generalization of a previous model (Martin, Jaffré & Roberts 2005) by accounting for asymmetric fractures with spatially varying aperture. Besides, a weak version of the Leibniz rule for the differentiation of parameter integrals, which is central for the derivation of the model, is formulated and proven. In addition, a proof of the wellposedness of the new interface model under appropriate conditions is given. We expect that the new model is particularly convenient for the description of curvilinear or winding fractures, for fractures with aperture fluctuations, or for modeling surface roughness. Further, we introduce three simplified variants of the new interface model which incorporate less information about the varying fracture aperture. Then, interior penalty discontinuous Galerkin discretizations are formulated for the different variants of the reduced model and for a full-dimensional reference model. Moreover, we perform two- and three-dimensional numerical experiments in order to validate the new model and explore its capabilities. In simulations with sinusoidal fractures, we examine the model error as a function of the mean aperture for the new reduced model and its variants. Besides, we investigate the effect of surface roughness in simulations featuring random fractures with Gaussian aperture.

Zusammenfassung

Wir betrachten den Fluss eines einphasigen Fluids in einem von Rissen durchsetzten porösen Medium auf einer makroskopischen Skala, die die individuelle Modellierung von Rissen erlaubt. Der Fluidfluss wird sowohl in den Rissen als auch in der porösen Matrix durch das Darcy-Gesetz beschrieben. Für Darcy-Strömungen mit möglicherweise unstetiger Permeabilität wird zunächst die Wohlgestelltheit gezeigt und anschließend ein Regularitätsresultat hergeleitet, indem die Äquivalenz verschiedener schwacher Formulierungen nachgewiesen wird. Dann verfolgen wir für den Fall eines alleinstehenden Risses einen Gebietszerlegungsansatz in Teilgebiete, die jeweils entweder dem Riss oder der porösen Matrix zugeordnet werden. Dabei weisen wir die Äquivalenz des gebietszerlegten Flussproblems zum zugehörigen Problem auf dem Gesamtgebiet nach. Ausgehend von dem gebietszerlegten Flussproblem leiten wir ein neues gemischt-dimensionales Grenzflächenmodell her, wobei Risse als $(n - 1)$ -dimensionale Grenzflächen zwischen n -dimensionalen Teilgebieten für $n \geq 2$ dargestellt werden. Insbesondere schlagen wir dabei eine Verallgemeinerung eines früheren Modells (Martin, Jaffré & Roberts 2005) vor, indem wir asymmetrische Risse mit variabler Öffnungsweite berücksichtigen. Daneben formulieren und beweisen wir eine schwache Version der Leibnizregel zur Differentiation von Parameterintegralen, die zentral für die Herleitung des Modells ist. Außerdem zeigen wir unter geeigneten Voraussetzungen die Wohlgestelltheit des neuen Grenzflächenmodells. Wir erwarten, dass das neue Modell insbesondere zur Beschreibung von gekrümmten oder gewundenen Rissen oder von Rissen mit fluktuierender Öffnungsweite sowie zur Modellierung von Oberflächenrauheit geeignet ist. Ferner führen wir drei vereinfachte Varianten des neuen Grenzflächenmodells ein, die weniger Informationen über die variable Rissöffnungsweite enthalten. Anschließend formulieren wir Discontinuous-Galerkin-Diskretisierungen vom Interior-Penalty-Typ für die verschiedenen Varianten des reduzierten Modells sowie für ein volldimensionales Referenzmodell. Außerdem führen wir zwei- und dreidimensionale numerische Experimente durch, um das neue Modell zu validieren und dessen Möglichkeiten zu untersuchen. In Simulationen mit sinusförmigen Rissen untersuchen wir für das reduzierte Modell und dessen Varianten den Modellfehler als Funktion der mittleren Öffnungsweite. Außerdem untersuchen wir den Effekt von Oberflächenrauheit in Simulationen mit zufälligen Rissen mit gaußscher Öffnungsweite.