

Schülerwettbewerb Mathe und Physik 2024

- Es gibt drei Aufgaben.
- Die Teilnehmer eines Teams sollten untereinander die Aufgaben so verteilen, dass jeder sinnvoll beteiligt ist. Optimal ist alle Aufgaben gemeinsam zu lösen.
- Es werden Lösungswege korrigiert. Endergebnisse allein zählen nicht:

Der Weg ist das Ziel.

Lösungen können in Deutsch oder in Englisch eingereicht werden.

- Es wird pro Team genau eine Lösung eingereicht. Ein Nachreichen einzelner Teillösungen ist nicht erlaubt, die zuerst eingegangene Lösung zählt als Lösung für alle Aufgaben.
- Hilfsmittel:
Erlaubt ist alles; wir können ohnehin nicht nachprüfen, was Ihr zu Hause zum Lösen verwendet. Allerdings sind die Aufgaben so gestellt, dass Hilfsmittel nur von geringer Bedeutung sind. Gesucht sind Lösungswege, Beschreibungen von Experimenten und Auswertungen derselben. Rechnungen, die nicht komplett aufgeschrieben werden, sind zu kommentieren. Insbesondere ist bei der Benutzung von Software anzugeben, welche Version genutzt worden ist.
Eine physikalische Formelsammlung wird gestellt. Jedoch sind alle Quellen für über die Formelsammlung hinausgehende Formeln anzugeben.
- Bearbeitungszeit:
maximal **zwei Wochen**, jedoch sollten die Aufgaben auch deutlich schneller gelöst werden können.

Viel Erfolg!

Juristische Erklärungen

Die abgegebenen Lösungen werden von Mitarbeitern der Universität Stuttgart korrigiert. Entscheidungen über Sieger im Wettbewerb und die Rangfolge werden von der Jury des Wettbewerbs, bestehend aus Prof. Dr. R. Nawrodt und Prof. Dr. J. Wirth getroffen.

Entscheidungen der Jury sind nicht anfechtbar.

TEAM:

SCHULE:

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Gegeben seien 20 gelbe, 20 rote und 20 blaue Kugeln und drei hinreichend große Urnen.

- (a) Wieviele verschiedene Möglichkeiten gibt es, die Kugeln auf die Urnen zu verteilen? Dabei seien die gleichfarbigen Kugeln und ebenso die Urnen selbst nicht unterscheidbar, einzelne Urnen können auch leer bleiben.
- (b) Verteile nun die Kugeln so auf drei Urnen, dass beim zufälligen Ziehen einer Kugel aus einer vorher zufällig gewählten Urne die Wahrscheinlichkeit eine rote Kugel zu ziehen maximal wird. Wie groß ist diese Wahrscheinlichkeit?

TEAM:

SCHULE:

Aufgabe 2 (8 Punkte)

In einer Ebene seien $n \geq 2$ paarweise verschiedene Punkte gegeben, von denen jeder *genau einen* Nachbarn mit kleinstem Abstand besitzt.

- (a) Wir zeichnen von jedem Punkt einen Pfeil zu dem eindeutig bestimmten nächsten Nachbarn. Wie viele solcher Pfeile können maximal in einem Punkt enden? Begründen Sie Ihre Antwort!
- (b) Wir starten nun in einem Punkt und folgen den Pfeilen. Begründen Sie, dass Sie dann nach endlich vielen Schritten zwischen zwei Punkten hin und herlaufen.
- (c) Angenommen, es gibt einen Punkt P_* , der von jedem Ausgangspunkt aus auf wie in (b) erreicht werden kann. Wir ordnen nun allen Punkten die Anzahl der Schritte bis zum Erreichen des Punktes P_* zu.

Was ist die größte und was die kleinste maximale Schrittzahl, die bei $n = 16$ Punkten dabei auftreten kann?

TEAM:

SCHULE:

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Die Standseilbahn 'Montesanto-Vomero' in Neapel¹ Neapel liegt am Wasser und in Teilen auf anliegende Bergen. Um vom Wasserniveau auf die Berge zu kommen, gibt es vier Standseilbahnen. Eine davon schauen wir uns im Detail an. Bei einer Standseilbahn wird ein Schienenfahrzeug mit Hilfe eines Stahlseils eine schiefe Ebene hinaufgezogen.

In der Standseilbahn wurden verschiedene Parameter mit Hilfe von phyphox (einer Software zum Auslesen der Handysensoren) bestimmt.

Wir vereinbaren, dass der Anfang unseres Koordinatensystems an der Talstation liegt. Hier ist die zurückgelegte Strecke Null und die Höhe über dem Meer beträgt rund 50 m. Des weiteren nehmen wir an, dass sich während der Messung das Wetter nicht geändert hat, d.h. dass die Temperatur und der Luftdruck auf Meereshöhe gleich geblieben sind. Die Bahn hält neben der Berg- und Talstation zwei weitere Male. Wir nummerieren die Haltestellen von der Tal- zur Bergstation.

(a) Abbildung 1 zeigt den Verlauf des Luftdrucks während der Fahrt.²

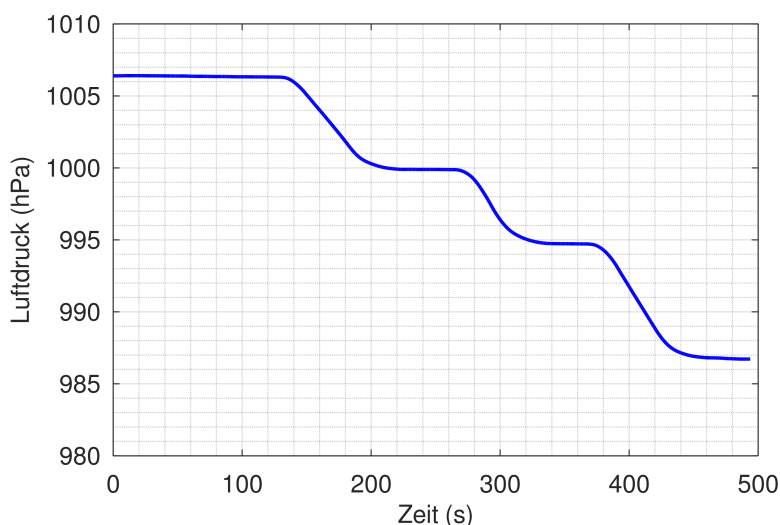


Abbildung 1: Verlauf des gemessenen Luftdrucks in der Standseilbahn 'Montesanto'.

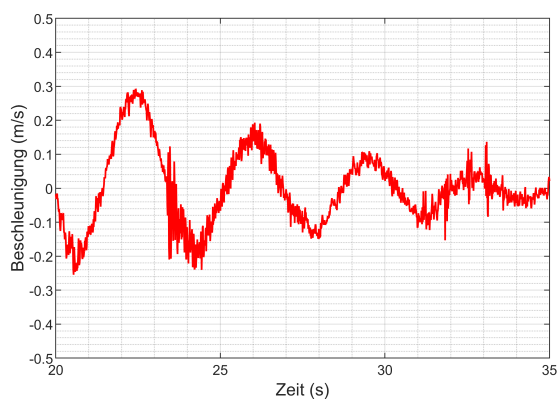
¹Die Physikaufgabe ist dieses Jahr gar nicht schwer. Auch wenn das am Anfang anders aussehen sollte. Habt Mut und haltet Euch an die Hinweise! Was diesmal auch wichtig ist: Es gibt nicht DIE EINE richtige Lösung. Ihr müsst Werte aus Diagrammen ablesen und andere Größen abschätzen. Achtet darauf, dass ihr bei jeder zu bestimmenden Größe angebt, wie genau Euer Ergebnis ist. Hierzu müsst ihr eure Rechnung/Abschätzung meist für den Wert und das untere und obere Ende des Fehlerintervalls durchführen.

Beispiel: Ihr lest irgendwo eine Länge ab und bestimmt sie zu 6,4 m. Die Genauigkeit ist $\pm 0,1$ m. Ihr rechnet dann also für 6,4 m Euer Ergebnis aus und dann nochmals für 6,3 m und 6,5 m. So bekommt ihr ein Gefühl für die Ungenauigkeit des Rechenergebnisses aufgrund der Ungenauigkeit des Eingangsparameters Länge. Man schreibt in diesem Fall für die Länge L auch oft kurz: $L = (6,4 \pm 0,1)$ m.

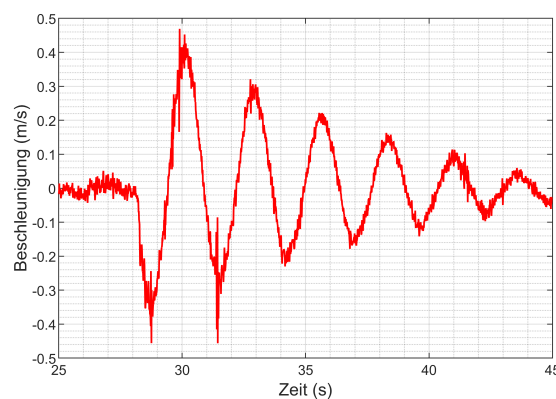
²Falls Du für die Auswertung anstatt der eingefügten Diagramme die Rohdaten verwenden möchtest, findest Du diese im Materialverzeichnis.

- (i) Beschreibe physikalisch das Zustandekommen des Kurvenverlaufs.
 - (ii) Handelt es sich dabei um eine Berg- oder Talfahrt?
 - (iii) Finde eine Formel zur Abhängigkeit des Luftdrucks von der Höhe über dem Erdboden. Beschreibe, warum Dein gefundener Zusammenhang sinnvoll ist und nicht ein anderer Kurvenverlauf korrekt ist.
 - (iv) Bestimme aus (iii) die Höhe der einzelnen Stationen über der Talstation.
- (b) Beim Anhalten an den einzelnen Stationen stellt man fest, dass die Standseilbahn um den Haltepunkt Schwingungen ausführt. Du kannst Dir im Materialverzeichnis ein kurzes Video anschauen, das diese Schwingungen zeigt. Misst man mit phyphox die Beschleunigung, so lassen sich die Schwingungen gut darstellen. Insbesondere in der y-Komponente der Beschleunigung ist die Schwingung gut zu sehen.

Wir betrachten die Messungen an der 2. und 3. Station. Die jeweilige gemessene Beschleunigung ist in Abbildung 2 dargestellt.



(a) Station 2.



(b) Station 3.

Abbildung 2: Gemessene Verläufe der Beschleunigung an unterschiedlichen Stationen.

Woher kommt diese Schwingung? Es ist auffällig, dass die Schwingungsfrequenz von der angefahrenen Station abhängt.

- (i) Bestimme jeweils die Periodendauer und Frequenz der Schwingung. Gib jeweils die Genauigkeit Deines Werts an.

Wir wollen im Folgenden versuchen, eine Erklärung für die Schwingung zu finden und stellen dazu ein Modell auf mit Werten an einer Station. Danach wollen wir probieren, ob das Modell an der anderen Station ebenfalls sinnvolle Werte liefert.

Wir betrachten das Seil im Modell als eine Feder. Die Federkonstante wird dabei durch die Elastizität des Seils gebildet. Es besteht aus Stahl und hat laut Aushang den in Abbildung 3 dargestellten Querschnitt. Im Inneren befindet sich eine Stützstruktur (schwarz dargestellt), die dem Seil lediglich eine konstante Querschnittsfläche gibt.

- (ii) Schätze die wirksame Querschnittsfläche des Seils für die Seilbestandteile aus Stahl ab. Vernachlässige den Bereich des Kerns. Du musst hier ggf. eine neue Zeichnung

anfertigen, da die Stahlseile sicherlich dicht aneinander liegen und nicht wie in der Abbildung dargestellt Luft zwischen den einzelnen Teilsträngen haben.



Abbildung 3: Schema des Querschnitts des Stahlseils laut Aushang an der Bergstation. Der Außendurchmesser soll 40 mm betragen. Die weiß dargestellten Anteile sind aus Stahl.

Zum weiteren Vorgehen fehlt uns die Federkonstante des Stahlseils. Üblicherweise beschreibt man diese durch das sogenannte Elastizitätsmodul Y . Das Elastizitätsmodul verknüpft die Zugspannung $\sigma = F/A$ mit der relativen Längenänderung $\epsilon = \Delta x/x$. F ist dabei die Kraft, A die Querschnittsfläche, x die Gesamtlänge und Δx die Längenänderung aufgrund der Zugspannung. Es gilt: $\epsilon = Y \cdot \sigma$.

- (iii) Leite eine Formel für die Federkonstante k des Stahlseils her, die das Elastizitätsmodul Y und weitere Parameter enthält.
- (iv) Unter der Annahme, dass sich das System als Feder-Masse-Schwinger modellieren lässt, finde eine Gleichung zur Berechnung der Frequenz der beobachteten Schwingung.
- (v) Überprüfe, ob sich die beobachteten Schwingungen mit diesem einfachen Modell beschreiben lassen. Kalibriere dazu die Gleichung für die Frequenz anhand von Station 2 und prüfe, ob sich dann entsprechend passende Werte für Station 3 ergeben. Ggf. musst Du weitere sinnvolle Annahmen machen.
- (vi) Präsentiere Deine Lösungen in einem kurzen (maximal 3-5 Minuten) Lösungsvideo und lade dieses zusammen mit Deinen Aufzeichnungen hoch.